

Atomfizika – röntgensugárzásos feladatok

1. Egy röntgenső paramétereit a következők: maximális csőáram 5 mA, feszültség: 50 kV, a röntgensugarak keletkezési hatásfoka: 1%.

- (a) Mekkora sebességgel csapódnak az elektronok az antikatódba?

Megoldás: $\frac{1}{2}mv^2 = eU$, ebből $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 1,326 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- (b) Mekkora teljesítménnyel kell hűteni az antikatódot?

Megoldás: A röntgensugarak keletkezési hatásfoka 1%, tehát a felgyorsított elektronok energiájának 99%-a az antikatóban marad, annak melegítésére fordítódik. A cső elektromos teljesítménye $P = UI = 50 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 250 \text{ W}$, ebből $250 \text{ W} \cdot 0,99 = 247,5 \text{ W}$ fűti az antikatódot. Ha nem akarjuk, hogy az antikatód megolvadjon, legalább ekkora teljesítménnyel kell hűtenünk.

- (c) Milyen hullámhosszú röntgensugarak keletkezhetnek a csőben?

Megoldás: Az $eU = \frac{1}{2}mv^2$ energiára felgyorsított elektron energiájából, vagy annak egy részéből lesz a fékezési röntgenfoton energiája, $h\frac{c}{\lambda}$, azaz $eU \geq h\frac{c}{\lambda}$. Ebből

$$\lambda \geq \frac{hc}{eU} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 50 \cdot 10^3 \text{ V}} = 2,486 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

A csőben ennél a határhullámhossznál nagyobb hullámhosszú röntgensugarak keletkeznek.

2. Melyik elemnél jelenik meg először az L -sorozat és miért?

Megoldás: Az L -sorozat azokat az átmeneteket jelenti, amelynél az elektron valamelyik felsőbb héjról az $n = 2$ héjra gerjesztődik le. Az első szóba jöhető héj értelemszerűen a harmadik ($n = 3$). Ahhoz tehát, hogy legalább egy L -sorozatbeli karakterisztikus röntgenvonulat kapjunk, legalább egy elektronnak lennie kell a harmadik héjon. A harmadik héj betöltődése a Na-nál ($1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$) kezdődik, tehát a nátriumnak már van egy L -sorozatbeli vonala. (Sőt, csak ez az egy L -vonala van.)

3. Mennyi a Co K_α vonalának frekvenciája? Előidézhetheti-e a Cu K_α -sugárzása (másodlagos röntgen-fluoreszcencia révén) a kobaltét?

Megoldás:

$$\nu_{K_\alpha} = R(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4}R(Z - 1)^2$$

A Co rendszáma 27, tehát a kobre:

$$\nu_{K_\alpha} = \frac{3}{4} \cdot 3,289 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 26^2 = 1,667 \cdot 10^{18} \text{ Hz}.$$

Ennek *gerjesztéséhez* viszont az kell, hogy a K héj egyik elektronját ki tudjuk *szakítani* az atomból. (A második héjra felgerjeszteni nem tudjuk, hiszen az a kobaltnál tele van.) A K héj elektronjának kiszakítása megfelel a végtelen sokadik energiaszintre gerjesztésnek, azaz a Balmer-formulában $\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} = 1$ fog szerepelni. Ehhez a gerjesztő foton frekvenciája *legalább* a következő értéknek kell lennie:

$$\nu \geq RZ^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = RZ^2 = 3,289 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 27^2 = 2,398 \cdot 10^{18} \text{ Hz}.$$

Figyelem! A legbelső, K héjon levő elektron kiszakításához szükséges energia/frekvencia kifejezésében nem $(Z - 1)^2$, hanem Z^2 szerepel, hiszen a belső elektron a mag teljes, árnyékolatlan Z töltését „érzi”. A legerjesztődéskor viszont a második, L héjon levő elektron felé a K héjon maradt egy elektron egy egységnyi magtöltést leárnyékol, ezért kell $(Z - 1)$ -gyel számolni.

A Cu (rendszám: 29) K_α -sugárzásának frekvenciája:

$$\nu_{K_\alpha} = \frac{3}{4} \cdot 3,289 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 28^2 = 1,934 \cdot 10^{18} \text{ Hz}.$$

Ez kevesebb, mint amennyi a Co K_α vonalának gerjesztéséhez szükséges, tehát a réz K_α -sugárzása *nem* okozza a kobalt K_α másodlagos röntgen-fluoreszcenciáját.

Vegyük észre, hogy egy elem karakterisztikus röntgen-sugárzásának frekvenciája és az annak gerjesztéséhez szükséges fotonfrekvencia rendszerint nem ugyanaz!

4. Mekkora annak a röntgensőnek a minimális feszültsége, amelyben megjelenik a Fe K_α vonala?

Megoldás: A Fe ($Z = 26$) K_α vonalának *gerjesztéséhez* szükséges fotonenergia az előző feladat alapján:

$$h\nu \geq hRZ^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = hRZ^2 = 1,47 \cdot 10^{-15} \text{ J}.$$

Ebben az esetben viszont nem fotont használunk az elektronnak az atomból való kiszakításához, hanem egy felgyorsított elektront, amely nem fogódik be az atomban, azaz teljesülnie kell, hogy

$$E > h\nu = 1,47 \cdot 10^{-15} \text{ J}.$$

A minimálisan szükséges feszültség tehát

$$U = \frac{E}{e} = 9213 \text{ V}.$$

5. 0,71 mm vastag alumíniumlemez a rászó röntgensugárzás 37,8%-át engedi át. Mennyi az alumínium lineáris és tömegabszorpció tényezője?

Megoldás: A röntgensugárzás elnyelődése az anyagban exponenciális:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu' x} \quad \text{vagy} \quad I(d) = I_0 e^{-\mu d},$$

ahol $I_0 = I(0)$ a sugárzás eredeti intenzitása, x (ill. d) az abszorbens vastagsága (ill. rétegvastagsága), $I(x)$ (ill. $I(d)$) az abszorbensen áthaladt sugárzás maradék intenzitása, μ' (ill. μ) az abszorbensre, mint anyagra jellemző lineáris abszorpció tényező (ill. tömegabszorpció tényező). (Ezekről a mennyiségekről lásd még az Atom- és magfizika laborjegyzetben a Béta-sugárzás abszorpciójának vizsgálata című mérést – a béta-sugárzás hasonlóan nyelődik el, bár a béta-sugárzásra vonatkozó abszorpciók együtthatók különböznek a röntgensugárzásra vonatkozóktól.)

Az elnyelődési törvényt felhasználva tehát

$$\begin{aligned}\frac{I}{I_0} &= e^{-\mu'x} \\ \ln \frac{I}{I_0} &= -\mu'x \\ \mu' &= -\frac{\ln \frac{I}{I_0}}{x} = -\frac{\ln 0,378}{0,71 \text{ mm}} = 1,37 \frac{1}{\text{mm}}.\end{aligned}$$

Az alumínium sűrűsége $\rho = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, ezzel (lásd a laborjegyzetet!)

$$\mu = \frac{\mu'}{\rho} = \frac{7,1 \frac{1}{\text{cm}}}{2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 2,63 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

Erre a sugárzásra az alumínium felezési rétegvastagsága:

$$d_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\mu} = 0,264 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}.$$

Ezen példafeladatok alapján a feladatgyűjteményben az Anyagszerkezettan feladatok közül a 76.-tól legalább a 94.-ig terjedők megoldhatók.